



2013年文系第4問

4 1次関数  $f(x) = px + q$  に対して、 $x$  の係数  $p$  と定数項  $q$  を成分にもつベクトル  $(p, q)$  を  $\vec{f}$  とする。つまり、 $\vec{f} = (p, q)$  とする。次の問いに答えよ。

(1) 定積分

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (kx + l)(mx + n) dx$$

を求めよ。ただし、 $k, l, m, n$  は定数である。

(2) 2つの1次関数  $g(x)$  と  $h(x)$  に対して、等式

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} g(x)h(x) dx = \vec{g} \cdot \vec{h}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\vec{g} \cdot \vec{h}$  はベクトル  $\vec{g}, \vec{h}$  の内積を表す。

(3) 等式

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (2x + 1)^2 dx \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \{g(x)\}^2 dx = \left\{ \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (2x + 1)g(x) dx \right\}^2$$

を満たし、 $g(0) = -2$  であるような1次関数  $g(x)$  を求めよ。