自治医科大学

2016年 医学部 第20問

数理 石井K

$\boxed{20}$ 初項1，公比 $x(1-x)$ の無限等比級数が収束するための x のとりうる範囲は，$a<x<b$ となる．$5|a+b|$ の値を求めよ．

無限等比級数 $1+x(1-x)+\{x(1-x)\}^2+\cdots$

が収束するのは，$|x(1-x)|<1$ のとき．

すなわち，$-1<x(1-x)<1$

よって，$x^2-x-1<0$ かつ $x^2-x+1>0$

$= \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$

すべての実数 x で成り立つ．

$\Longleftrightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore a=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$，$b=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore a+b=1$ より $5|a+b|=\underline{5}$