



2016年 理学部・工学部 第5問

5  $f(x) = xe^{-x}$  とし、関数  $y = f(x)$  のグラフを  $C_1$  とする。また、 $C_1$  を  $x$  軸方向に  $\log a$  だけ平行移動したグラフを  $C_2$  とする。ただし、 $a$  は  $a > 1$  を満たす実数である。

- (1) 関数  $y = f(x)$  の増減、極値を調べ  $C_1$  の概形をかけ。なお、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$  であることを用いてよい。
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  の交点の  $x$  座標を求めよ。
- (3) 原点を  $O$  とし、 $C_2$  と  $x$  軸の交点を  $A$  とする。 $C_1$ 、 $C_2$  および線分  $OA$  で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。
- (4) (3) で求めた  $S$  に対して、 $S < \frac{a-1}{a}$  が成り立つことを示せ。