



2015年理系第3問

3 座標平面上の原点  $O$  を中心とする半径  $1$  の円周  $C$  上の点を  $A(a, b)$  とし、 $f(x) = (x - a)^2 + b$  とする。点  $B(0, -2)$  から放物線  $y = f(x)$  に引いた接線を  $l_1, l_2$  とし、接点をそれぞれ  $P(p, f(p)), Q(q, f(q))$  とする。ただし  $p < q$  である。放物線  $y = f(x)$  と  $2$  直線  $l_1, l_2$  とで囲まれた部分の面積を  $S$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 接線  $l_1$  の方程式と接点  $P$  の座標、および接線  $l_2$  の方程式と接点  $Q$  の座標を  $a, b$  を用いて表せ。
- (2) 面積  $S$  を  $b$  を用いて表せ。
- (3) 点  $A$  が円周  $C$  上を動くとき、面積  $S$  の最大値とそのときの点  $A$  の座標  $(a, b)$  を求めよ。