2011 年 第 3 問

$\boxed{3}$ 平面上の相異なる 3 点 O，A，B に対して，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とし，$\vec{p}=\vec{a}+2\vec{b}$，$\vec{q}=\dfrac{-\vec{a}+2\vec{b}}{4}$ とする．また，$\vec{p}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\vec{q}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ であるような 2 点 P，Q をとる．$|\vec{p}|=4$，$|\vec{q}|=1$ であるとき，次の問いに答えよ．

(1) $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ のとき，内積 $\vec{p}\cdot\vec{q}$ を求めよ．

(2) 2 点 A，B を通る直線と，2 点 P，Q を通る直線が直交するとき，内積 $\vec{p}\cdot\vec{q}$ を求めよ．

(3) △OAB の面積が最大になるとき，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角 θ を求めよ．