名城大学

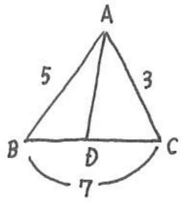
2016年 法学部 第2問

$\boxed{2}$ △ABCはAB＝5，BC＝7，AC＝3とする．そして，辺BC上に点Dをとる．また，△ABCの外接円の半径をr_1，△ACDの外接円の半径をr_2とする．次の問に答えよ．

(1) cos∠ABCの値を求めよ．

(2) r_1の値を求めよ．

(3) $\dfrac{r_1}{r_2}=2$のとき，sin∠ADCの値を求めよ．また，線分ADの長さを求めよ．



(1) 余弦定理より

$$\cos\angle ABC=\frac{5^2+7^2-3^2}{2\cdot5\cdot7}=\underline{\frac{13}{14}}_{\,//}$$

(2) 正弦定理より，

$$\frac{3}{\sin\angle ABC}=2r_1$$

(1)より，$\sin\angle ABC=\sqrt{1-\left(\frac{13}{14}\right)^2}=\frac{3\sqrt{3}}{14}$

$$\therefore r_1=\frac{3}{2}\cdot\frac{14}{3\sqrt{3}}=\underline{\frac{7\sqrt{3}}{3}}_{\,//}$$

(3) $\frac{r_1}{r_2}=2$ より，$r_2=\frac{r_1}{2}=\frac{7\sqrt{3}}{6}$

正弦定理より，

$$\frac{3}{\sin\angle ADC}=2\cdot\frac{7\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore \sin\angle ADC=\frac{9}{7\sqrt{3}}=\underline{\frac{3\sqrt{3}}{7}}_{\,//}$$

これより，
$$\begin{aligned}\sin\angle ADB&=\sin(180^\circ-\angle ADC)\\&=\sin\angle ADC\\&=\frac{3\sqrt{3}}{7}\end{aligned}$$

∴ 正弦定理より，

$$\frac{AD}{\sin\angle ABC}=\frac{5}{\sin\angle ADB}\qquad \therefore AD\cdot\frac{14}{3\sqrt{3}}=5\cdot\frac{7}{3\sqrt{3}}$$

$$\therefore \underline{AD=\frac{5}{2}}_{\,//}$$