



2013年 第2問

2  $xy$  平面上に2曲線

$$C_1: y = 2x\sqrt{1-x^2}, \quad C_2: y = \sqrt{1-x^2}$$

がある.  $C_1, C_2$  上に2点  $P_1(t, 2t\sqrt{1-t^2}), P_2(t, \sqrt{1-t^2})$  ( $-1 < t < 1$ ) をとり,  $P_1$  における  $C_1$  の接線  $l_t$  と,  $P_2$  における  $C_2$  の接線  $m_t$  について考える. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $C_1$  および  $C_2$  の概形を同じ  $xy$  平面上に描け. ただし, 曲線の凹凸と変曲点は調べなくてよい. また,  $P_1$  と  $P_2$  が一致するときの  $t$  の値を求めよ.
- (2) 2直線  $l_t$  と  $m_t$  が平行になるときの  $t$  がみたすべき条件を,  $t$  についての2次方程式で表し, その解  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) を求めよ.
- (3)  $l_t$  と  $m_t$  が交点をもつとき, その交点の  $y$  座標を  $y_t$  とする.
  - (i)  $y_t$  を  $t$  を用いて表せ.
  - (ii)  $y_t > 0$  となる  $t$  の値の範囲を (2) で求めた  $\alpha, \beta$  を用いて表し, この範囲における  $y_t$  の最小値を求めよ.