

# 東京理科大学

2015年理(数)第1問

1 次の ア ~ ヒ にあてはまる0から9までの数字, および, あ にあてはまる+か-の符号を入れよ.

$p$  を3で割り切れない整数とする. このとき, 整数  $a$  と  $b$  に対し,

「 $pa - b$  が3の倍数ならば,  $a - pb$  も3の倍数になる。」

がわかる. これを認めて, 2つの整数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を以下のように定める.  $a_1 = 1$  とし,  $b_1$  は0, 1, 2いずれかの数で  $pa_1 - b_1$  が3の倍数になるようなものとし,  $n = 2, 3, \dots$  に対し,  $a_n, b_n$  を次のように定める.

- $a_n = \frac{1}{3}(a_{n-1} - pb_{n-1})$
- $b_n$  は, 0, 1, 2いずれかの数で  $pa_n - b_n$  が3の倍数となるようなものとする.

このように定められた2つの整数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  について, 以下の各問いに答えよ.

- (1)  $p = 8$  のとき,  $b_1 =$  ア,  $a_2 = -$  イ,  $b_2 =$  ウ,  $a_3 = -$  エ,  $b_4 =$  オ,  $a_4 = -$  カ,  $b_4 =$  キ,  $a_5 = -$  ク,  $b_5 =$  ケ,  $a_6 = -$  コ となる.
- (2)  $p = -13$  のとき,  $a_{190} =$  サ,  $b_{190} =$  シ,  $a_{191} =$  ス,  $b_{191} =$  セ,  $a_{192} =$  ソ,  $b_{192} =$  タ となる.
- (3)  $p = -13$  のとき,  $\sum_{k=1}^{200} a_k =$  チ ツ テ となる.
- (4)  $p = -13$  のとき,  $\sum_{k=1}^{30} k^2 b_k =$  ト ナ ニ ヌ となる.
- (5)  $p = 3^{11} + 1$  のとき, 数列  $\{b_n\}$  の第2項目以降で0でない値が初めて出てくるのは, 第 ネ ノ 項目であり, その項の値は ハ である.
- (6) 数列  $\{b_n\}$  のすべての項が1となるような整数  $p$  で絶対値が最小となるものは, あ ヒ である. 0のときは, +0で表すものとする.