



2016年 医学部 第4問

4 複素数平面上の点  $z$  に対して

$$w = \frac{3(1-i)z - 2i}{z + 3(1-i)}$$

で表される点  $w$  をとる。このとき、次の間に答えよ。

- (1)  $w = z$  となるような点  $z$  は2つある。これらを求めよ。
- (2) (1) で求めた異なる2点を  $\alpha, \beta$  とする。ただし、 $0 \leq \arg \alpha < \arg \beta < 2\pi$  とする。 $z$  が  $\alpha, \beta$  と異なる点であるとき、

$$\frac{w - \beta}{w - \alpha} = k \cdot \frac{z - \beta}{z - \alpha}$$

となるような定数  $k$  の値を求めよ。

- (3) 複素数  $z_n$  を

$$z_1 = 0, \quad z_{n+1} = \frac{3(1-i)z_n - 2i}{z_n + 3(1-i)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。また、 $z_n$  の実部と虚部をそれぞれ  $x_n, y_n$  とする。このとき、数列  $\{x_n\}, \{y_n\}$  の一般項をそれぞれ求めよ。さらに、数列  $\{x_n\}, \{y_n\}$  の極限を求めよ。