

2013年 理系 第2問

2 座標平面上の点  $P(x, y)$  について、 $x = 4(1 - 2\sin^2\theta)$ 、 $y = 8\sin\theta\cos\theta$  とし、点  $P$  を中心とする半径 1 の円  $C$  を考える。以下の設問に答えよ。各設問とも、解答とともに導出過程も記述せよ。

- (1)  $\theta = 0$  の場合、原点  $O$  から円  $C$  に 2 本の接線を引いたとき、この 2 本の接線のなす角を  $\alpha$  とする。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  とする。このときの  $\tan \frac{\alpha}{2}$  と  $\tan \alpha$  の値を求めよ。
- (2) 点  $P$  の  $x$  座標と  $y$  座標を  $\sin 2\theta$  または  $\cos 2\theta$  を用いて表せ。
- (3)  $\theta$  が  $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき、点  $P$  の軌跡を求めよ。
- (4) 点  $P$  が (3) で求められた軌跡をたどったとき、円  $C$  が通過してできた図形の面積を求めよ。