昭和大学

2014年 医学部 第2問　1枚目／2枚

数理 石井K

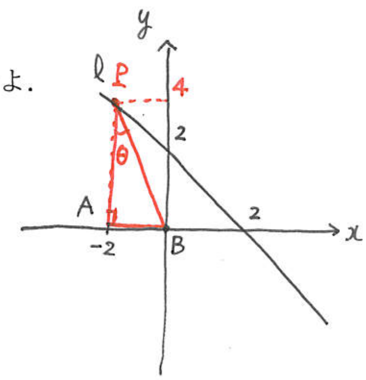
$\boxed{2}$ 平面上に2点A$(-2,\ 0)$，B$(0,\ 0)$および直線$\ell : x+y=2$がある．直線ℓ上に点P$(t,\ -t+2)$をとる．次の各問に答えよ．

(1) $\angle \mathrm{APB}=\theta$とおく．このとき，常に$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2}$となることがわかっている．

(1-1) $t=-2$のとき，$\tan\theta$の値を求めよ．

(1-2) $\tan\theta$をtを用いて表せ．

(2) $\angle \mathrm{APB}=\theta$を最大にする点Pの座標，およびそのときの$\tan\theta$の値を求めよ．



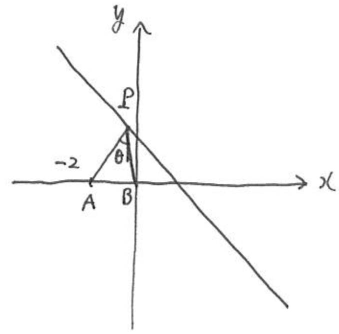
(1) (1-1) $\tan\theta = \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AP}} = \dfrac{1}{2}$ //

(1-2) $\mathrm{AB}=2$, $\mathrm{AP}=\sqrt{(t+2)^2+(-t+2)^2}$

$=\sqrt{2t^2+8}$

$\mathrm{BP}=\sqrt{t^2+(-t+2)^2}$

$=\sqrt{2t^2-4t+4}$



∴余弦定理より $\cos\theta = \dfrac{\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2-4}{2\mathrm{AP}\cdot\mathrm{BP}}$

$= \dfrac{4t^2-4t+8}{2\sqrt{2t^2+8}\sqrt{2t^2-4t+4}}$

$\tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}-1$ より．$\tan^2\theta = \dfrac{4(2t^2+8)(2t^2-4t+4)}{16(t^2-t+2)^2}-1$

$\therefore \tan^2\theta = \left(\dfrac{t-2}{t^2-t+2}\right)^2$　$\tan\theta \geqq 0$ より．$\tan\theta = \dfrac{|t-2|}{t^2-t+2}$ //

2014年 医学部 第2問　2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{2}$ 平面上に2点A$(-2,\ 0)$，B$(0,\ 0)$および直線$\ell : x+y=2$がある．直線ℓ上に点P$(t,\ -t+2)$をとる．次の各問に答えよ．

(1) $\angle \mathrm{APB}=\theta$とおく．このとき，常に$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2}$となることがわかっている．

(1-1) $t=-2$のとき，$\tan\theta$の値を求めよ．

(1-2) $\tan\theta$をtを用いて表せ．

(2) $\angle \mathrm{APB}=\theta$を最大にする点Pの座標，およびそのときの$\tan\theta$の値を求めよ．

(2) (i) $t \geqq 2$ のとき (1-2) より

$$\tan\theta = \frac{t-2}{t^2-t+2}$$ これを $f(t)$ とおくと，

$$f'(t) = \frac{t^2-t+2-(t-2)(2t-1)}{(t^2-t+2)^2} = \frac{-t(t-4)}{(t^2-t+2)^2}$$

(ii) $t<2$ のとき．(1-2) より

$$f(t) = \frac{2-t}{t^2-t+2} \quad \therefore\ f'(t) = \frac{t(t-4)}{(t^2-t+2)^2}$$

t	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(t)$	$+$	0	$-$	$\times$	$+$	0	$-$
$f(t)$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{7}$	$\searrow$

$\therefore\ \theta$：最大 $\Leftrightarrow$ $\tan\theta$：最大

$\therefore\ t=0$ のときなので，

$\underline{\mathrm{P}(0,\ 2),\ \tan\theta = 1}$ //