

2010年医学部第3問

3 関数 $f(x) = \sin x$ ($-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) の逆関数を $g(x)$ ($-1 \leq t \leq 1$) とおくと、次の問いに答えよ。

(1) $-1 < x < 1$ のとき、 $g'(x)$ を x を用いて表せ。

(2) 曲線 $y = \sin^2 x$ ($0 \leq x \leq \pi$) と直線 $y = t$ ($0 < t < 1$) の2つの交点の x 座標を、それぞれ α , β ($\alpha < \beta$) とおくと、 $\int_{\alpha}^{\beta} \sin^2 x dx$ を t と関数 g を用いて表せ。

(3) $h(t) = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \sin^2 x dx - \sqrt{1-t^2}$ ($0 < t < 1$) とおくと、 $h(t) < 0$ ($0 < t < 1$) を示し $h(t)$ を最小にする t の値を求めよ。