

2010年医学部第1問

1 次の問いに答えよ。

(1) 整数を係数とする  $n$  次方程式

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0$$

が有理数の解  $\frac{\beta}{\alpha}$  ( $\alpha$  と  $\beta$  は互いに素な整数とする) をもつとき,  $\alpha$  は  $a_0$  の約数であり  $\beta$  は  $a_n$  の約数であることを示せ.

(2) 素数  $p$  に対して,

$$x + y + z = \frac{p}{3}, \quad xy + yz + zx = \frac{1}{p}, \quad xyz = \frac{1}{p^3}$$

を満たす  $x, y, z$  がすべて正の有理数であるとき,  $p$  および  $x, y, z$  を求めよ.