

2014年 医学部 第3問

3 a を正の実数, k を自然数とし, $x > 0$ で定義される関数

$$f(x) = \int_a^{ax} \frac{k + \sqrt[k]{u}}{ku} du$$

を考える. このとき以下の各問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ の増減および凹凸を調べ, $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ.
- (2) $y = f(x)$ の $x = 1$ における接線の方程式を求めよ.
- (3) S を正の実数とすると, $f(p) = S$ を満たす実数 p がただ1つ存在することを示せ.
- (4) $b = \frac{k}{k + \sqrt[k]{a}}$ とおくと, (2) の S , p について, 次の不等式が成立することを示せ.

$$1 + bS < p < e^{bS}$$