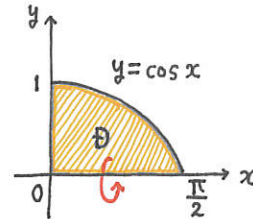


2011年 海洋工 第5問


 数理  
石井K

5  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  において、曲線  $y = \cos x$  と  $x$  軸および  $y$  軸で囲まれた図形を  $D$  とする。

- (1)  $D$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積  $V_1$  を求めよ。  
 (2) 不定積分  $\int x \cos x dx$  と  $\int x^2 \sin x dx$  を求めよ。  
 (3)  $D$  を  $y$  軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積  $V_2$  を求めよ。



$$\begin{aligned}
 (1) V_1 &= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx \\
 &= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx \\
 &= \pi \left[ \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{\pi^2}{4} //
 \end{aligned}$$

$$(2) \int x (\sin x)' dx = x \sin x - \int \sin x dx + C \quad \therefore \int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C \quad (C: \text{積分定数}) //$$

$$\int x^2 (-\cos x)' dx = -x^2 \cos x + \int 2x \cos x dx + C$$

$$\int x^2 \sin x dx = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C \quad (C: \text{積分定数}) //$$

$$\begin{aligned}
 (3) V_2 &= \pi \int_0^1 x^2 dy \\
 &= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^0 x^2 \cdot \frac{dy}{dx} \cdot dx \\
 &= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^0 x^2 \cdot (-\sin x) dx \\
 &= -\pi \left[ -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x \right]_{\frac{\pi}{2}}^0 \\
 &= -\pi (2 - \pi) \\
 &= \frac{\pi^2 - 2\pi}{1} //
 \end{aligned}$$