



2015年医学部第4問

4 あるバクテリアをある条件の下で培養した場合、生存している1個が、1時間後には1回分裂して2個ともに生存しているか、あるいは死滅しているかであり、2個とも生存している確率が p 、死滅している確率が $1-p$ であるという。このバクテリアがこの条件の下で最初1個生存していたとき、 n 時間後に1個以上生存している確率を P_n とおく。ただし、 n は自然数とする。

(1) P_2, P_3 をそれぞれ p の式で表せ。

(2) P_{n+1} を p と P_n の式で表せ。

(3) $p = \frac{1}{3}$ のときの $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ を求めよ。

(4) a を2より大きな実数とする。 $p = \frac{a-1}{a}$, $Q_n = P_n - \frac{a-2}{a-1}$ としたとき、 $0 < Q_{n+1} < Q_n$ であることを示せ。

(5) p が(4)と同じときの $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ を求めよ。