



2016年工学部第5問

5 座標平面上の曲線 $C: y = \sin \pi x$ ($0 < x < \frac{1}{2}$) の上に点 $P(a, \sin \pi a)$ をとる. 点 P における C の接線と法線をそれぞれ l, m とする. l と y 軸の交点を $Q(0, q)$, m と x 軸の交点を $R(r, 0)$ とし, 点 P から y 軸に下ろした垂線の足を H とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 接線 l の方程式を求め, q を a を用いて表せ.
- (2) 法線 m の方程式を求め, r を a を用いて表せ.
- (3) 曲線 C , 直線 m , および x 軸によって囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする. $S(a)$ を a を用いて表せ.
- (4) $\triangle PQH$ の面積を $T(a)$ とする. 極限值 $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{S(a)}{T(a)}$ を求めよ.