0002059900497999

東洋大学

2015年 理工・生命科学・食環境科学 第1問　1枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) 2次方程式 $3x^2+x+a=0$（a は定数）の解が $\sin\theta$，$\cos\theta$ のとき，

$$\sin^3\theta+\cos^3\theta=-\frac{\boxed{アイ}\ 13}{\boxed{ウエ}\ 27}$$

である．

(2) $2^x=3$，$3^y=5$，$xyz=3$ のとき，$5^z=\boxed{オ}$ 8 である．

(3) 関数 $f(x)=(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$ は，$0\leqq x\leqq 2$ の範囲において，$x=\boxed{カ}$ 0 で最大値 $\boxed{キ}$ 4 をとり，$x=\sqrt{\dfrac{\boxed{ク}\ 5}{\boxed{ケ}\ 2}}$ で最小値 $-\dfrac{\boxed{コ}\ 9}{\boxed{サ}\ 4}$ をとる．

(4) 直線 $y=mx+4$（m は正の定数）が円 $x^2+y^2=36$ によって切りとられる弦の長さが $4\sqrt{6}$ のとき，$m=\dfrac{\sqrt{\boxed{シ}}\ 3}{\boxed{ス}\ 3}$ である．

(5) x^6 を x^2-x-3 で割ったときの余りは $\boxed{セソ}$ 40 $x+\boxed{タチ}$ 57 である．

(1) 解と係数の関係より．$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{1}{3}$ …①

両辺を2乗して，$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$　∴ $\sin\theta\cos\theta=-\frac{4}{9}$ …②

$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$

$=\left(-\frac{1}{3}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)$　（∵①，②より）

$=\underline{-\frac{13}{27}}$ //

(2) $5^z=(3^y)^z=3^{yz}=(2^x)^{yz}=2^{xyz}=2^3=\underline{8}$ //

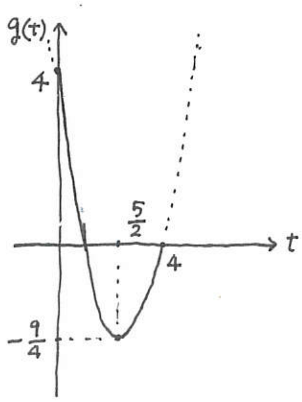
(3) $f(x)=(x^2-4)(x^2-1)$

$=x^4-5x^2+4$

ここで，$t=x^2\ (\geqq 0)$ とおき，$f(x)$ を t で表したものを $g(t)$ とすると，

$g(t)=t^2-5t+4$

$=\left(t-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$



∴右のグラフより，$t=0$ すなわち $\underline{x=0\ で最大値4}$ //

$t=\frac{5}{2}$ すなわち $\underline{x=\sqrt{\frac{5}{2}}\ で最小値 -\frac{9}{4}\ をとる}$ //

2015年 理工・生命科学・食環境科学 第1問　2枚目／2枚

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) 2次方程式 $3x^2+x+a=0$（a は定数）の解が $\sin\theta$, $\cos\theta$ のとき，

$$\sin^3\theta+\cos^3\theta=-\frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$$

である．

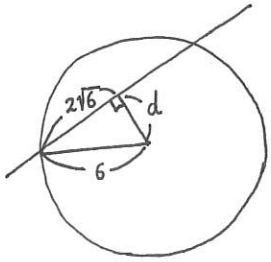
(2) $2^x=3$, $3^y=5$, $xyz=3$ のとき，$5^z=\boxed{オ}$ である．

(3) 関数 $f(x)=(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$ は，$0\leqq x\leqq 2$ の範囲において，$x=\boxed{カ}$ で最大値 $\boxed{キ}$ をとり，$x=\sqrt{\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}}$ で最小値 $-\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ をとる．

(4) 直線 $y=mx+4$（m は正の定数）が円 $x^2+y^2=36$ によって切りとられる弦の長さが $4\sqrt{6}$ のとき，$m=\dfrac{\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}$ である．

(5) x^6 を x^2-x-3 で割ったときの余りは $\boxed{セソ}x+\boxed{タチ}$ である．

(4) 円の中心と直線とのキョリ d は，



$$d=\frac{4}{\sqrt{m^2+1}}$$

一方，右図より，三平方の定理から，

$d^2=6^2-(2\sqrt{6})^2=12$　$\therefore\ d=2\sqrt{3}$　$\therefore\ \dfrac{4}{\sqrt{m^2+1}}=2\sqrt{3}$　$\therefore\ m>0$ より，$\underline{m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ //

(5) $x^6=\{(x^2-x-3)+(x+3)\}^3$

$=(x^2-x-3)^3+3(x^2-x-3)^2(x+3)+3(x^2-x-3)(x+3)^2+(x+3)^3$

$\therefore$ x^6 を x^2-x-3 で割った余り ＝ $(x+3)^3$ を x^2-x-3 で割った余り

$\therefore$ 右の割り算より，

余りは，$\underline{40x+57}$ //

$$\begin{array}{r} x+10 \\ x^2-x-3\ \big)\ x^3+9x^2+27x+27 \\ x^3-x^2-3x \\ \hline 10x^2+30x+27 \\ 10x^2-10x-30 \\ \hline 40x+57 \end{array}$$