



2013年看護学部第1問

数理
石井K1 次の各文の にあてはまる答を求めよ。(1) $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ のとき, x^2+x の値は ア ¹ であり, x^4-x^3 の値は イ ^{$\frac{11-5\sqrt{5}}{2}$} である。

(2) 10人の生徒をいくつかのグループに分ける。このとき

(i) 2人, 3人, 5人の3つのグループに分ける分け方は ウ ²⁵²⁰ 通りある。(ii) 3人, 3人, 4人の3つのグループに分ける分け方は エ ²¹⁰⁰ 通りある。(iii) 2人, 2人, 3人, 3人の4つのグループに分ける分け方は オ ⁶³⁰⁰ 通りある。(3) 次の命題または式のうち正しいものの番号をすべてあげると カ ⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁴⁾ となる。

① $0 \leq 0$

② $\sqrt{(-3)^6} = (-3)^3$

③ 実数 x が $\frac{9}{4} < x \leq \frac{88}{39}$ を満たすならば, $0 < -12x^2 + 55x - 63$ である。④ a, b が共に無理数であるならば, $a+b$ と $a-b$ の少なくとも一方は無理数である。⑤ すべての実数 x に対して, $-3x^2 - 2x + \frac{1}{3} < -2x^2 - 5x + \frac{31}{12}$ である。

(1) $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ より $2x = -1+\sqrt{5} \therefore 2x+1 = \sqrt{5}$

両辺を2乗して, $4x^2+4x+1 = 5 \therefore x^2+x = 1$

$$\begin{aligned} x^4 - x^3 &= x^2(x^2 - x) \\ &= (1-x)(1-2x) \\ &= 2x^2 - 3x + 1 \\ &= 2(1-x) - 3x + 1 \\ &= -5x + 3 \\ &= -5 \cdot \frac{-1+\sqrt{5}}{2} + 3 \\ &= \frac{11-5\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

(3) ① 正しい ② $\sqrt{(-3)^6} = \sqrt{3^6} = 3^3$ 一方 $(-3)^3 = -3^3 \therefore$ 正しくない

③ $-12x^2 + 55x - 63 > 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 55x + 63 < 0$

$\Leftrightarrow (4x-9)(3x-7) < 0$

$\Leftrightarrow \frac{9}{4} < x < \frac{7}{3} \quad (\frac{7}{3} = \frac{91}{39} \text{ ので}) \text{ 正しい}$

④ 対偶で考える。対偶は「 $a+b, a-b$ がともに有理数ならば, a, b の少なくとも一方は有理数」

$a+b = p$ (有理数), $a-b = q$ (有理数) とおくと, $2a = p+q \therefore a = \frac{p+q}{2}$

 $\therefore a$ は有理数 \therefore 対偶が正しいので元の命題も正しい

⑤ 移項して $x^2 - 3x + \frac{9}{4} > 0 \quad x^2 - 3x + \frac{9}{4} = (x - \frac{3}{2})^2$

 $\therefore x = \frac{3}{2}$ のときは成り立たない \therefore 正しくない

① ③ ④ //