

2014年 歯・薬学部 (中期) 第4問

4 t の関数 $f(t)$ を

$$f(t) = -\frac{1}{2}(\log_2 t)^3 + 21(\log_4 t)^2 - 9\log_4 t^2 + 1$$

とおく. このとき以下の問いに答えなさい.

(1) $x = \log_2 t$ とおくとき,

$$f(t) = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\frac{1}{2}x^3 + \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}\frac{21}{4}x^2 - \boxed{\text{カ}}\frac{9}{4}x + 1$$

である.

(2) 変数 t が $1 \leq t \leq 256$ の範囲を動くとき, $f(t)$ は $t = \boxed{\text{キク}}\frac{64}{4}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ケコ}}\frac{28}{4}$ をとり, $t = \boxed{\text{サ}}\frac{2}{4}$ のとき最小値 $-\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}\frac{13}{4}$ をとる.

(1) 底の変換公式より,

$$\begin{aligned} f(t) &= -\frac{1}{2}(\log_2 t)^3 + 21\left(\frac{\log_2 t}{\log_2 4}\right)^2 - 9 \cdot \frac{\log_2 t^2}{\log_2 4} + 1 \\ &= -\frac{1}{2}(\log_2 t)^3 + \frac{21}{4}(\log_2 t)^2 - \frac{9}{2}\log_2 t^2 + 1 \\ &= -\frac{1}{2}(\log_2 t)^3 + \frac{21}{4}(\log_2 t)^2 - 9\log_2 t + 1 \\ &= \underline{-\frac{1}{2}x^3 + \frac{21}{4}x^2 - 9x + 1} \end{aligned}$$

(2) t が $1 \leq t \leq 256$ の範囲を動くとき, x は, $0 \leq x \leq 8$ の範囲を動く(1) で求めた関数を $g(x)$ とおくと,

$$\begin{aligned} g(x) &= -\frac{3}{2}x^2 + \frac{21}{4}x - 9 \\ &= -\frac{3}{2}(x-1)(x-6) \end{aligned}$$

x	0	...	1	...	6	...	8	
$g(x)$			-	0	+	0	-	
$g(x)$	1		↓	$-\frac{13}{4}$	↑	28	↓	9

右の増減表と, $g(0) = 1$, $g(1) = -\frac{13}{4}$, $g(6) = 28$, $g(8) = 9$ より.

$x = 6$ すなわち, $t = 64$ のとき 最大値 28, $x = 1$ すなわち $t = 2$ のとき 最小値 $-\frac{13}{4}$