

2014年工(機シ・医工・化学)・知識工第3問


 数理
石井K

3 次の問に答えよ。

- (1) 点 $(-p, 0)$ (ただし, $p > 0$) から放物線 $y^2 = 4x$ に引いた, 傾きが負の接線の方程式を求めよ。
 (2) (1)で求めた接線と, x 軸および放物線 $y^2 = 4x$ で囲まれる図形の面積が $\frac{16}{3}$ となるときの p の値を求めよ。

(1) 右の図より, 接点を $(t, -\sqrt{4t})$ ($t > 0$) とおくと

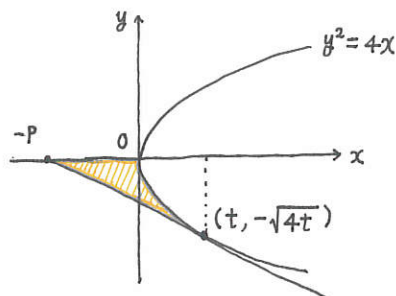
$$2y \cdot \frac{dy}{dx} = 4 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{y}$$

$$\therefore \text{接線は, } y = -\frac{2}{2\sqrt{t}}(x-t) - 2\sqrt{t} \quad \dots \textcircled{1}$$

これが点 $(-p, 0)$ を通るので

$$0 = -\frac{1}{\sqrt{t}} \cdot (-p) + \sqrt{t} - 2\sqrt{t} \quad \therefore t = p$$

$$\textcircled{1} \text{に代入して, } \underline{y = -\frac{x}{\sqrt{p}} - \sqrt{p}} \text{ ,,}$$



$$(2) S = \text{triangle} - \text{sector}$$

$$\therefore \frac{16}{3} = \frac{1}{2} \cdot 2p \cdot 2\sqrt{p} - \int_0^p 2\sqrt{x} dx$$

$$= 2p\sqrt{p} - \left[\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_0^p$$

$$= \frac{2}{3}p^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore p^{\frac{3}{2}} = 8$$

$$\therefore \underline{p = 4} \text{ ,,}$$