

帯広畜産大学

2010年 畜産学部 第1問

1 自然数 n に対して, $\{a_n\}$ は初項 a , 一般項 a_n の数列であり, $\{b_n\}$ は初項 b , 一般項 b_n の数列である. 座標平面上の点 $P_n(a_n, b_n)$, 点 $P_{n+1}(a_{n+1}, b_{n+1})$ と点 $Q_n(a_{n+1}, b_n)$ の座標は数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ によって与えられる. また, 点 P_n と点 P_{n+1} を通る直線の傾き g_n と $\triangle P_n P_{n+1} Q_n$ の面積 h_n は, それぞれ $g_n = cb_n$, $h_n = dg_n$ で定義され, 各点の位置関係は右図のようになる. ここで, h_n を一般項とする数列を $\{h_n\}$ で表し, また, $d > 0$, 任意の n について $a_{n+1} > a_n$, $h_n > 0$ と仮定する.

- (1) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ と $\{h_n\}$ の中から等差数列と等比数列を見つけ, それぞれの公差または公比を c と d で表しなさい.
- (2) 数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ について, それぞれの一般項と, 初項から第 n 項までの和を a , b , c , d および n で表しなさい.
- (3) $d = \frac{1}{2}$ のとき, c の値の範囲を求めなさい.
- (4) $b = 1$, $d = \frac{1}{2}$, $4h_2 - 6h_1 - 1 = 0$ のとき, c の値を求めなさい.
- (5) P_1, P_2, P_3 と Q_1 の各点を用いて, $\alpha = \angle Q_1 P_1 P_2$, $\beta = \angle P_2 P_1 P_3$, $\theta = \angle Q_1 P_1 P_3$ と定義する. $b = 1$, $c = \frac{2}{3}$, $d = \frac{1}{2}$ のとき, $\tan \alpha$, $\tan \beta$ と $\tan \theta$ を求めなさい.