

2016年人文A第1問

数理  
石井K

1 次の問いに答えなさい。

- (1)  $(a+2b+3c)^6$  の展開式における  $a^3b^2c$  の係数を求めなさい。  
 (2) 実数  $x, y$  が  $x^2+y^2 \leq 2$  をみたすとき,  $5x+y$  の最大値および最小値を求めなさい。  
 (3)  $\log_{10} 2 = 0.3010$  を用いて以下の問いに答えなさい。  
 (i)  $5^{15}$  の桁数を求めなさい。  
 (ii)  $5^{15}$  と  $2^{40}$  の大小を比較しなさい。  
 (4) 関数  $y = x^2 + 1$  および  $y = -x^2 + 2x + 4$  のグラフで囲まれた図形の面積を求めなさい。

$$(1) \frac{6!}{3!2!1!} \cdot 1^3 \cdot 2^2 \cdot 3^1 = \underline{720}$$

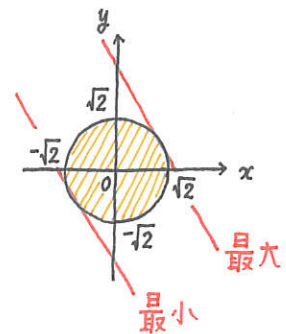
$$(2) 5x + y = k \text{ とおくと, } y = -5x + k$$

$\therefore$  右の図より,  $k$  が最大・最小となるのは

円  $x^2 + y^2 = 2$  と直線  $5x + y - k = 0$  が接するときなので

$$\frac{|-k|}{\sqrt{5^2+1^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |k| = 2\sqrt{13}$$

$$\therefore \underline{\text{最大値 } 2\sqrt{13}, \text{ 最小値 } -2\sqrt{13}}$$



(3) (i)  $5^{15}$  の桁数を  $n$  とすると,

$$10^{n-1} \leq 5^{15} < 10^n \Leftrightarrow n-1 \leq 15 \log_{10} 5 < n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 15(1 - \log_{10} 2) < n$$

$$\text{ここで, } 15(1 - \log_{10} 2) = 15(1 - 0.3010) = 10.485 \therefore n = 11 \therefore \underline{11 \text{ 桁}}$$

$$(ii) \log_{10} 2^{40} = 40 \log_{10} 2 = 40 \times 0.3010 = 12.04$$

$$(i) \text{より, } \log_{10} 5^{15} = 10.485 \therefore \log_{10} 5^{15} < \log_{10} 2^{40} \therefore \underline{5^{15} < 2^{40}}$$

$$(4) x^2 + 1 - (-x^2 + 2x + 4) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \quad \text{ここで, } \underline{\alpha = \frac{1 - \sqrt{7}}{2}}, \beta = \frac{1 + \sqrt{7}}{2} \text{ とおくと,}$$

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} -x^2 + 2x + 4 - (x^2 + 1) dx \quad \beta - \alpha = \sqrt{7}$$

$$= -2 \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx$$

$$= -2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (\beta - \alpha)^3 = \underline{\frac{7}{3}\sqrt{7}}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{7})^3$$

