

2014年国際教養学部第3問

 数理
石井K

3 次の問いに答えよ。

- (1) 1つのサイコロを3回投げたとき、1の目が奇数回出る確率は $\frac{19}{54}$ シ である。
- (2) 袋の中に赤玉8個、白玉6個の合計14個の玉が入っている。この袋から一度に6個の玉を取り出したとき、赤玉が2個、白玉が4個取り出される確率は $\frac{20}{143}$ ス である。
- (3) 袋の中に赤玉 $n-7$ 個、白玉7個の合計 n 個の玉が入っている。ただし $n \geq 10$ とする。この袋から一度に5個の玉を取り出したとき、赤玉が3個、白玉が2個取り出される確率を P_n とする。 P_n が最大となる n の値は $\frac{17}{}$ セ である。

$$(1) (i) \text{ 1の目がちょうど1回出る確率} \dots \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times {}_3C_1 = \frac{25}{72}$$

$$(ii) \text{ ,, ,, ,, } \dots \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

$$(i), (ii) \text{ より} \dots \frac{25}{72} + \frac{1}{216} = \frac{19}{54} //$$

$$(2) \frac{{}_8C_2 \times {}_6C_4}{{}_{14}C_6} = \frac{20}{143} //$$

$$(3) P_n = \frac{{}_{n-7}C_3 \cdot {}_7C_2}{{}_n C_5} = \frac{(n-7)(n-8)(n-9) \cdot 21 \cdot 5!}{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \cdot 3!} = \frac{420(n-7)(n-8)(n-9)}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}$$

$$\therefore \frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{\frac{420(n-6)(n-7)(n-8)}{(n+1)n(n-1)(n-2)(n-3)}}{\frac{420(n-7)(n-8)(n-9)}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}} = \frac{\frac{n-6}{n+1}}{\frac{n-9}{n-4}} = \frac{(n-6)(n-4)}{(n-9)(n+1)}$$

$$\therefore \frac{P_{n+1}}{P_n} > 1 \text{ となるのは} \dots n \geq 10 \text{ より} \dots n^2 - 10n + 24 > n^2 - 8n - 9$$

$$\therefore 2n < 33 \quad \therefore n < \frac{33}{2}$$

$$\therefore P_1 < P_2 < P_3 < \dots < P_{16} < P_{17} > P_{18} > P_{19} > \dots$$

$$\therefore P_n: \text{最大となるのは} \dots \underline{n=17} //$$