0001945274508999

北海学園大学

2014年 経済学部1部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ x の2次関数 $y=x^2-(2a^2-4a)x+a^4-4a^3+3a^2+1$ のグラフについて，次の問いに答えよ．ただし，a は $0<a<2$ を満たす実数とする．

(1) 頂点の座標を求めよ．

(2) 頂点が直線 $y=-x$ 上にあるような a の値を求めよ．

(3) 原点と頂点を通る直線の傾きの絶対値が1以上となるような a の値の範囲を求めよ．

(1) $y=\{x-(a^2-2a)\}^2-(a^2-2a)^2+a^4-4a^3+3a^2+1$

$=\{x-(a^2-2a)\}^2-a^2+1$ ∴ 頂点は $\underline{(a^2-2a,\ -a^2+1)}$ //

(2) $-a^2+1=-(a^2-2a)$

∴ $2a=1$ ∴ $\underline{a=\frac{1}{2}}$ //

(3) $\dfrac{-a^2+1}{a^2-2a}\leqq -1$ または $\dfrac{-a^2+1}{a^2-2a}\geqq 1$

ここで $a^2-2a=a(a-2)<0$ ($\because 0<a<2$) より

$-a^2+1\geqq -a^2+2a$ または $-a^2+1\leqq a^2-2a$

∴ $2a\leqq 1$ または $2a^2-2a-1\geqq 0$

$a\leqq\frac{1}{2}$ または $a\geqq\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ または $a\leqq\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$0<a<2$ より $\underline{0<a\leqq\frac{1}{2}\ \text{または}\ \frac{1+\sqrt{3}}{2}\leqq a<2}$ //