

2012年文系第2問



2 関数 $f(x) = x^3 - 16x - 2$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ を y 軸方向に 6 だけ平行移動すると曲線 $y = g(x)$ となる。 $g(x)$ を求めよ。
 (2) 曲線 $y = f(x)$ を x 軸方向に 2 だけ平行移動すると曲線 $y = h(x)$ となる。 $h(x)$ を求めよ。
 (3) $y = g(x)$ のグラフと $y = h(x)$ のグラフの交点の座標を求めよ。
 (4) $y = g(x)$ のグラフと $y = h(x)$ のグラフに囲まれた部分の面積を求めよ。

$$(1) g(x) = x^3 - 16x - 2 + 6$$

$$\therefore g(x) = x^3 - 16x + 4$$

$$(2) h(x) = (x-2)^3 - 16(x-2) - 2$$

$$\therefore h(x) = x^3 - 6x^2 - 4x + 22$$

$$(3) g(x) - h(x) = x^3 - 16x + 4 - (x^3 - 6x^2 - 4x + 22)$$

$$= 6x^2 - 12x - 18$$

$$= 6(x-3)(x+1)$$

$$\therefore g(x) - h(x) = 0 \text{ の解は } x = 3, -1$$

$$\therefore \text{交点は } (3, -17), (-1, 19)$$

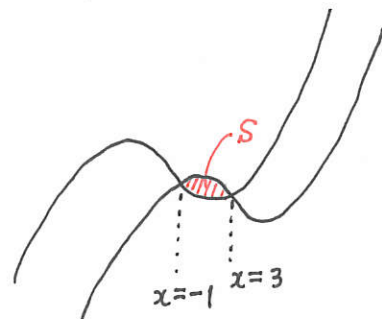
(4) $-1 \leq x \leq 3$ において、(3) より、 $h(x) \geq g(x)$ であるから、

$$S = \int_{-1}^3 h(x) - g(x) dx$$

$$= -6 \int_{-1}^3 (x-3)(x+1) dx$$

$$= (-6) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \{3 - (-1)\}^3$$

$$= \underline{64}$$



図は参考のため、
正確ではない