0001645364538999

立教大学

2011年第2問　1枚目／2枚

数理 石井K

2 整式 $P(x)$ は $(x+1)^2$ で割ると余りが $5x+2$，$x-2$ で割ると余りが3となる．このとき，次の問に答えよ．

(1) $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った余りを求めよ．

(2) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った余りを求めよ．

(3) $P(x)$ が5次式で，$P(0)=-1$，$P(1)=-5$，$P(-2)=11$ を満たすものとする．このとき，$P(x)$ を求めよ．

(1) $P(x)=(x+1)^2Q_1(x)+5x+2$ ・・・①　　ポイント n次式で割る ⇨ 余りは (n−1)次式以下

$P(x)=(x-2)Q_2(x)+3$ ・・・②

と表せるので，$P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った商を $Q_3(x)$，余りを $ax+b$ とすると，

$P(x)=(x+1)(x-2)Q_3(x)+ax+b$ ・・・③

①と③に $x=-1$ を代入することで，　$-a+b=-3$ ・・・④

②と③に $x=2$ を代入することで，　$2a+b=3$ ・・・⑤

④，⑤より，$a=2$，$b=-1$　∴ 求める余りは，$\underline{2x-1}$ //

(2) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った商を $Q_4(x)$，余りを cx^2+dx+e とすると，

$P(x)=(x+1)^2(x-2)Q_4(x)+cx^2+dx+e$

$P(x)$ を $(x+1)^2$ で割ると，$5x+2$ 余ることから，cx^2+dx+e を $(x+1)^2$ で割ると，$5x+2$ 余る．

∴ 右の割り算より，
$$\begin{cases} d-2c=5 & \cdots ⑥ \\ e-c=2 & \cdots ⑦ \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} c \qquad\qquad \\ x^2+2x+1\ \overline{)\ cx^2+dx+e} \\ \underline{cx^2+2cx+c} \\ (d-2c)x+e-c \end{array}$$

また，$P(x)$ を $x-2$ で割ると3余ることより，cx^2+dx+e を $x-2$ で割ると，3余る．すなわち $4c+2d+e=3$ ・・・⑧

因数定理．(割り算でやってもよいが，少々面倒)

⑥より，$d=2c+5$，⑦より，$e=c+2$　これらを⑧に代入して，

$c=-1$，$d=3$，$e=1$

∴ 求める余りは，$\underline{-x^2+3x+1}$ //

2枚目につづく

立教大学

2011 年 第2問

2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{2}$ 整式 $P(x)$ は $(x+1)^2$ で割ると余りが $5x+2$，$x-2$ で割ると余りが 3 となる．このとき，次の問に答えよ．

(1) $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った余りを求めよ．

(2) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った余りを求めよ．

(3) $P(x)$ が 5 次式で，$P(0)=-1$，$P(1)=-5$，$P(-2)=11$ を満たすものとする．このとき，$P(x)$ を求めよ．

ポイント

5次式だからといって $ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ などとすると大変！(2)を使おう！

(3) (2) の結果より．

$P(x)=(x+1)^2(x-2)\cdot Q_4(x)-x^2+3x+1$ であるが，$P(x)$ が 5次式であることから．

$Q_4(x)$ は 2次式 となる．

$\therefore\ Q_4(x)=fx^2+gx+h\ (f\neq 0)$ とおくと．

$P(0)=-1$ より．$-2h+1=-1 \quad \therefore\ h=1 \cdots ⑨$

$P(1)=-5$ より．$-4(f+g+h)+3=-5 \quad \therefore\ f+g+h=2 \cdots ⑩$

$P(-2)=11$ より．$-4(4f-2g+h)-9=11 \quad \therefore\ 4f-2g+h=-5 \cdots ⑪$

⑨，⑩，⑪ より．$f=-\frac{2}{3}$，$g=\frac{5}{3}$，$h=1$

$$\therefore\ P(x)=(x+1)^2(x-2)\left(-\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{3}x+1\right)-x^2+3x+1$$

$$=\underline{-\frac{1}{3}(x+1)^2(x-2)(2x+1)(x-3)-x^2+3x+1}\ /\!/$$

さすがに展開しなくてもよいだろう．

問題研究

(2) は微分することでも解ける．

(積の微分を使うので理系の人)