

2011 年 医学部 第 4 問

4 xy 平面において原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径 1 の円を S とし、円 S の任意の点 P に対して、点 P における円 S の接線を $L(P)$ とおく。

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

を全ての成分が実数からなる 2 行 2 列の行列とし、 A によって定まる xy 平面の一次変換

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

を φ とおく。このとき、円 S の任意の点 P に対して円 S の点 Q が存在し、接線 $L(P)$ のいかなる点も φ によって接線 $L(Q)$ の点に移されると仮定する。

- (1) 円 S の点 P の座標を (s, t) として、接線 $L(P)$ の方程式を求めよ。
- (2) 行列 A は逆行列を持つことを証明せよ。
- (3) 円 S の点 Q は円 S の点 P により一意的に定まることを示し、点 Q の座標 (u, v) を点 P の座標 (s, t) 及び行列 A の成分 a, b, c, d を用いて表示せよ。
- (4) xy 平面の一次変換 φ は、原点 $O(0, 0)$ を中心とする回転か、または原点 $O(0, 0)$ を通るある直線 l を対称軸とする対称変換のいずれかであることを証明せよ。