

2012年 医学部 第1問

1 実数  $p, q$  に対して,  $x$  の3次関数  $f_{p,q}(x)$  を  $f_{p,q}(x) = x^3 + px + q$  によって定める. 実数  $p, q$  は, 3次関数  $f_{p,q}(x)$  が以下の3条件を満たすような範囲を動くとする.

条件 (i) :  $f_{p,q}(1) = 1$

条件 (ii) :  $f'_{p,q}(0) < 0$  (ただし,  $f'_{p,q}(x)$  は  $f_{p,q}(x)$  の導関数を表す.)

条件 (iii) :  $x \geq 0$  のとき,  $f_{p,q}(x) \geq 0$

このとき, 定積分

$$I(p, q) = \int_0^1 f_{p,q}(x) dx$$

を最大にするような  $p, q$  の値, および  $I(p, q)$  の最大値を求めよ.