2014年 医学部 第12問

数理 石井K

$\boxed{12}$ $f(x)=(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)$ とし，$g(x)=\sum_{k=1}^{3}\dfrac{f(x)\cdot b_k}{f'(a_k)\cdot(x-a_k)}$ とする．$g(x)$ を px^2+qx+r の形で表したときの p，q，r の値を求めよ．ただし，$a_1=1$，$a_2=-2$，$a_3=-1$，$b_1=12$，$b_2=3$，$b_3=4$ とする．

$f(x)=x^3-(a_1+a_2+a_3)x^2+(a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1)x-a_1a_2a_3$ より．

$f'(x)=3x^2-2(a_1+a_2+a_3)x+a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1$

$\therefore f'(a_k)$ は．$f'(a_1)=3a_1^2-2(a_1^2+a_1a_2+a_1a_3)+a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1$

$=a_1^2-a_1a_2-a_1a_3+a_2a_3$

$=a_1^2-(a_2+a_3)a_1+a_2a_3$

$=(a_1-a_2)(a_1-a_3)$

$f'(a_2)$，$f'(a_3)$ も同様に $f'(a_2)=(a_2-a_1)(a_2-a_3)$，$f'(a_3)=(a_3-a_1)(a_3-a_2)$

$$\therefore g(x)=\frac{(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)\cdot b_1}{(a_1-a_2)(a_1-a_3)(x-a_1)}+\frac{(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)\cdot b_2}{(a_2-a_1)(a_2-a_3)(x-a_2)}+\frac{(x_1-a_1)(x-a_2)(x-a_3)\cdot b_3}{(a_3-a_1)(a_3-a_2)(x-a_3)}$$

$$=\frac{b_1(x-a_2)(x-a_3)}{(a_1-a_2)(a_1-a_3)}+\frac{b_2(x-a_1)(x-a_3)}{(a_2-a_1)(a_2-a_3)}+\frac{b_3(x-a_1)(x-a_2)}{(a_3-a_1)(a_3-a_2)}$$

$$=\frac{12(x+2)(x+1)}{3\cdot 2}+\frac{3(x-1)(x+1)}{-3\cdot(-1)}+\frac{4(x-1)(x+2)}{-2\cdot 1}$$

$=2(x^2+3x+2)+x^2-1-2(x^2+x-2)$

$=x^2+4x+7$

$\therefore \underline{p=1,\ q=4,\ r=7}$ //