

2012年 医学部 第1問

1 実数 p, q に対して, x の3次関数 $f_{p,q}(x)$ を $f_{p,q}(x) = x^3 + px + q$ によって定める. 実数 p, q は, 3次関数 $f_{p,q}(x)$ が以下の3条件を満たすような範囲を動くとする.

条件 (i) : $f_{p,q}(1) = 1$

条件 (ii) : $f'_{p,q}(0) < 0$ (ただし, $f'_{p,q}(x)$ は $f_{p,q}(x)$ の導関数を表す.)

条件 (iii) : $x \geq 0$ のとき, $f_{p,q}(x) \geq 0$

このとき, 定積分

$$I(p, q) = \int_0^1 f_{p,q}(x) dx$$

を最大にするような p, q の値, および $I(p, q)$ の最大値を求めよ.