

2015年工学部第3問

3 次のⅠ, Ⅱに答えよ.

Ⅰ 次の5つの定積分を求めよ. (Ⅱ(4)で用いる.)

$$I_1 = \int_0^{\pi} x \sin x dx, \quad I_2 = \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx, \quad I_3 = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$$

$$I_4 = \int_0^{\pi} x \cos x \sin x dx, \quad I_5 = \int_0^{\pi} \sin^2 x \cos x dx$$

Ⅱ 関数  $y = \sin x$  のグラフを曲線  $C$  とする.  $C$  上の点  $O(0, 0)$  における接線を  $l_1$ , 点  $A(\pi, 0)$  における接線を  $l_2$  とする. $l_1$  と  $l_2$  の交点を  $B$ ,  $C$  上の点  $P(t, \sin t)$  ( $0 \leq t \leq \pi$ ) から  $l_1$  に下ろした垂線を  $PQ$  とする. ただし,  $t = 0$  のときは  $Q = P$  とする.  $OQ = s$  とおく.

- (1)  $\angle OBA$  の大きさを求めよ.
- (2)  $s$  を  $t$  を用いて表せ.
- (3) 線分  $PQ$  の長さを  $t$  を用いて表せ.
- (4) 曲線  $C$  と 2 直線  $l_1, l_2$  で囲まれた部分を, 直線  $l_1$  の周りに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ.