



2014年 医学部 第4問

4 実数 x に対し

$$f(x) = e^{3x} + e^{-3x}, \quad g(x) = e^{3x} - e^{-3x}$$

で定義される2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ および $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ で与えられる関数 $h(x)$ について、以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$, $g(x)$ は

$$\frac{d}{dx}f(x) = \boxed{\text{ア}} g(x), \quad \frac{d}{dx}g(x) = \boxed{\text{イ}} f(x)$$

という関係を満たす。また、関数 $h(x)$ に対して

$$h(0) = \boxed{\text{ウ}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = \boxed{\text{エ}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \boxed{\text{オカ}}, \quad \frac{d}{dx}h(x) = \frac{\boxed{\text{キク}}}{(f(x))^2}$$

が成り立つ。

(2) x 座標が $a = \frac{1}{3} \log_e 2$ である点 $(a, h(a))$ における、曲線 $y = h(x)$ の接線を C とする。接線 C と直線 $y = \boxed{\text{エ}}$ の交点の x 座標を b とすると、 $b - a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ となる。

(3) $x \geq a$ の領域において、接線 C 、曲線 $y = h(x)$ 、直線 $y = \boxed{\text{エ}}$ および直線 $x = t$ ($> b$) で囲まれた図形の面積を $S(t)$ とすると、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}} + \frac{1}{\boxed{\text{タ}}} \log_e \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

が成り立つ。