東京学芸大学

2016 年 第 1 問

$\boxed{1}$ 整式 $P(x)$ を $Q(x)=x^3-7x^2+14x-8$ で割ると，余りが $x+8$ である．$P(16)=3P(2)$ のとき，$P(x^2)$ を $Q(x)$ で割った余りを求めよ．

$Q(1)=Q(2)=Q(4)=0$ であるから因数定理より，

$Q(x)=(x-1)(x-2)(x-4)$

$P(x)=Q(x)\cdot R(x)+x+8$ …①

$P(x^2)=Q(x)\cdot S(x)+ax^2+bx+c$ とおく …②

①より，$P(1)=9$，②より，$P(1)=a+b+c$　∴ $a+b+c=9$ …③

①より，$P(4)=12$，②より $P(4)=4a+2b+c$　∴ $4a+2b+c=12$ …④

①より，$P(2)=10$，②より，$P(16)=16a+4b+c$

∴ $P(16)=3P(2)$ に代入して，$16a+4b+c=30$ …⑤

③，④より，$3a+b=3$ …⑥

④，⑤より，$12a+2b=18$　∴ $6a+b=9$ …⑦

⑥，⑦より，$3a=6$　∴ $a=2$　このとき，$b=-3$，$c=10$

∴ $P(x^2)$ を $Q(x)$ で割った余りは，$\underline{2x^2-3x+10}$ //