

2015年第3問

3  $a, b$  を正の実数とする.  $f(x) = x(x+a)(x-b)$  とする. 区間  $-a \leq x \leq 0$  において曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を  $S_1$  とし, 区間  $0 \leq x \leq b$  において曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を  $S_2$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $S_1$  を  $a$  と  $b$  を用いて表せ.
- (2)  $S_1 = S_2$  のとき,  $a = b$  となることを示せ.
- (3)  $S_1 = S_2$  のとき,  $f(x)$  は奇関数となることを示せ. また,  $f(x)$  が奇関数のとき,  $S_1 = S_2$  となることを示せ. ただし,  $f(x)$  が奇関数であるとは, どのような  $x$  の値に対しても等式  $f(-x) = -f(x)$  が成り立つことである.