



2012年理系第2問

2  $a$  を実数とし,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$  とおく. 数列  $\{x_n\}$  を

$$x_1 = a, x_{n+1} = f(x_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. 次の問いに答えよ.

- (1) すべての自然数  $n$  について  $x_n = a$  となるとき,  $a$  を求めよ.
- (2)  $a < 1$  のとき,  $x_n < 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が成り立つことを証明せよ.
- (3)  $0 < a < 1$  のとき,  $x_n < x_{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が成り立つことを証明せよ.