

2015年工学部第3問

3 次のⅠ, Ⅱに答えよ.

Ⅰ 次の5つの定積分を求めよ. (Ⅱ(4)で用いる.)

$$I_1 = \int_0^{\pi} x \sin x dx, \quad I_2 = \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx, \quad I_3 = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$$

$$I_4 = \int_0^{\pi} x \cos x \sin x dx, \quad I_5 = \int_0^{\pi} \sin^2 x \cos x dx$$

Ⅱ 関数 $y = \sin x$ のグラフを曲線 C とする. C 上の点 $O(0, 0)$ における接線を l_1 , 点 $A(\pi, 0)$ における接線を l_2 とする.

l_1 と l_2 の交点を B , C 上の点 $P(t, \sin t)$ ($0 \leq t \leq \pi$) から l_1 に下ろした垂線を PQ とする. ただし, $t = 0$ のときは $Q = P$ とする. $OQ = s$ とおく.

- (1) $\angle OBA$ の大きさを求めよ.
- (2) s を t を用いて表せ.
- (3) 線分 PQ の長さを t を用いて表せ.
- (4) 曲線 C と 2 直線 l_1, l_2 で囲まれた部分を, 直線 l_1 の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ.