

2015年工学部第2問

2 2つの関数

$$f(x) = \frac{2}{2x+3}, \quad g(x) = \frac{2x+1}{-x+2}$$

がある。

- (1) 関数 $g(x)$ の逆関数 $g^{-1}(x)$ を求めよ。
- (2) 合成関数 $g^{-1}(f(g(x)))$ を求めよ。
- (3) 実数 c が無理数であるとき、 $f(c)$ は無理数であることを証明せよ。
- (4) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = g(\sqrt{2}), \quad a_{n+1} = f(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (5) (4) で定められた数列 $\{a_n\}$ の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。