2011年 医学部 第3問

$\boxed{3}$ 実数を成分とする行列 $A=\begin{pmatrix} a & -b \\ b & c \end{pmatrix}$ は $A^2-A+E=O$ をみたすとする．ただし，E は2次の単位行列，O は2次の零行列を表し，$b>0$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) b と c を，それぞれ a を用いて表せ．

(2) 2つのベクトル $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ と $A\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ が垂直であるとき，行列 A を求めよ．

(3) A を (2) で求めた行列とする．1個のさいころを $k+1$ 回投げて，出た目を順に m_1，m_2，$\cdots$，m_{k+1} とする．このときベクトル P_0，P_1，P_2，$\cdots$，P_{k+2} を次のように定める．

- $P_0=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，$P_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $P_{n+1}=P_n+A^{m_n}(P_n-P_{n-1})$ $(n=1,\ 2,\ \cdots,\ k+1)$

さらに，ベクトル P_1，$\cdots$，P_{k+1} がすべて異なり $P_{k+2}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ となる確率を q_k とする．このとき，q_1，q_2，q_3 を，それぞれ求めよ．