



2012年 第5問

5 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は次の条件をみたすものとする.

$$a + d = 1, \quad A^2 - A - 2E = O$$

(ただし, E は単位行列で, O は零行列である.)

このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 次の関係をみたす実数 x, y は $x = y = 0$ に限ることを示せ.

$$xA + yE = O$$

(2) 自然数 n に対し, A^n はある実数 x_n, y_n を用いて, $A^n = x_n A + y_n E$ の形で表せることを示し, 数列 $\{x_n - y_n\}, \{2x_n + y_n\}$ の一般項を求めよ.

(3) 自然数 n に対し, $A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$ とおく. $p_n + s_n$ を求めよ.