

2014年第4問

4 負でない整数 N が与えられたとき, $a_1 = N$, $a_{n+1} = \left[\frac{a_n}{2} \right]$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) として数列 $\{a_n\}$ を定める. ただし $[a]$ は, 実数 a の整数部分 ($k \leq a < k+1$ となる整数 k) を表す.

- (1) $a_3 = 1$ となるような N をすべて求めよ.
- (2) $0 \leq N < 2^{10}$ をみたす整数 N のうちで, N から定まる数列 $\{a_n\}$ のある項が 2 となるようなものはいくつあるか.
- (3) 0 から $2^{100} - 1$ までの 2^{100} 個の整数から等しい確率で N を選び, 数列 $\{a_n\}$ を定める. 次の条件 (*) をみたす最小の正の整数 m を求めよ.
(*) 数列 $\{a_n\}$ のある項が m となる確率が $\frac{1}{100}$ 以下となる.