

2010年生命環境（環境・情報）第1問

1 以下の問いに答えよ。

- (1) $\sqrt{5}$ が無理数であることを証明せよ。
- (2) α を2次方程式 $x^2 - 4x - 1 = 0$ の解とすると、 $(\alpha - a)(\alpha - b) = 1 + c$ を満たす自然数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。
- (3) 座標平面上の点 (s, t) で s と t のどちらも整数となるものを格子点と呼ぶ。連立不等式

$$\begin{cases} y \geq 3x^2 - 12x - 3 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。 $k^2 - 4k - 1 < 0$ を満たす整数 k に対して、直線 $l: x = k$ 上にあり、かつ、 D に含まれる格子点の個数を N_k とする。

- (i) N_k を k を用いて多項式で表せ。
- (ii) D に含まれる格子点の総数を求めよ。