千葉工業大学

2013年 工・情報科学・社シス科学 第4問

$\boxed{4}$ Oを原点とするxy平面上に，放物線$C : y = \dfrac{1}{4}x^2$がある．点A(2, 8)を通る直線$\ell : y = t(x-2)+8$（ただし，tは定数）とCとの2つの交点を結ぶ線分の中点をM(X, Y)とするとき，次の問いに答えよ．

(1) Cとℓとの2つの交点のx座標をα, βとすると，$\alpha+\beta=$ $\boxed{\text{ア}}$ tである．X, Yをtを用いて表すと，$X=$ $\boxed{\text{イ}}$ t, $Y=$ $\boxed{\text{ウ}}$ t^2- $\boxed{\text{エ}}$ $t+$ $\boxed{\text{オ}}$ である．

(2) Mが直線OA上の点であるようなtの値は小さい方から順に $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ である．

(3) tが $\boxed{\text{カ}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ まで変化するときのMの軌跡は，放物線

$$D : y = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}x^2 - x + \boxed{\text{コ}}$$

の $\boxed{\text{サ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{シ}}$ の部分である．

(4) $\boxed{\text{カ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{キ}}$ において，直線OMがDに接するとき，$X=$ $\boxed{\text{ス}}$ である．また，tが $\boxed{\text{カ}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ まで変化するとき，線分OMが通過する部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である．