



2015年教育(数学)第6問

6  $b$  と  $c$  を  $b^2 + 4c > 0$  を満たす実数として、 $x$  に関する2次方程式  $x^2 - bx - c = 0$  の相異なる解を  $\alpha, \beta$  とする。数列  $\{a_n\}$  を

$$a_n = \alpha^{n-1} + \beta^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。このとき、つぎの問いに答えよ。

(1) 数列  $\{a_n\}$  は漸化式

$$a_{n+2} = ba_{n+1} + ca_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすことを示せ。

(2) 数列  $\{a_n\}$  の項  $a_n$  がすべて整数であるための必要十分条件は、 $b, c$  がともに整数であることである。これを証明せよ。