



2013年教育学部(算数・技術)第8問

8 r を1より大きい実数とする. 半径1の円 C の周上に点 Q をとる. 最初に円 C の中心 P は座標平面の $(0, 1)$, 点 Q は $(0, 2)$ にあるものとし, 円 C が x 軸に接しながら x 軸の正の方向にすべることなく転がっていく. 角 θ ラジアンだけ回転したとき, 半直線 PQ 上に $PR = r$ となる点 R をとる. θ を0から 2π まで動かしたときの R の軌跡を考える.

- (1) α, β は $0 \leq \alpha < \beta \leq 2\pi$ をみたし, $\theta = \alpha$ のときの R の座標と $\theta = \beta$ のときの R の座標とが一致するものとする. $t = \frac{\beta - \alpha}{2}$ とおくとき, r を t を用いて表せ.
- (2) (1)において, θ を α から β まで動かしたときの R の軌跡によって囲まれた図形の面積を S とする. S を t を用いて表せ.
- (3) $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{S}{r^2}$ を求めよ.