# 長崎大学

2014年 経済・水産・環境科学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ $p$を正の定数として，放物線$C : y = (x-p)^2 + p^2$を考える．$C$の2本の接線$\ell$, $m$を考え，接点の$x$座標を，それぞれ$a$, $b$とする．ただし，$a < 0$, $b > 0$とする．次の問いに答えよ．

(1) $\ell$と$m$の方程式を求めよ．

(2) $\ell$, $m$が原点を通るとき，$a$, $b$を$p$を用いて表せ．

(3) $\ell$, $m$が原点を通るとき，放物線$C$と2本の接線$\ell$および$m$によって囲まれた図形の面積を$S$とする．$S$を$p$を用いて表せ．

(1) $y' = 2(x-p)$ より．$\ell : y = 2(a-p)(x-a) + (a-p)^2 + p^2$

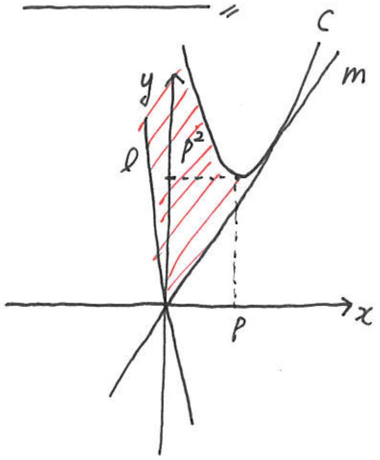
$\therefore \underline{\ell : y = 2(a-p)x + 2p^2 - a^2}$ // 同様にして．$\underline{m : y = 2(b-p)x + 2p^2 - b^2}$ //

(2) $\ell$が原点を通ることから．$0 = 2p^2 - a^2$　$a<0$より　$\underline{a = -\sqrt{2}p}$ //

$m$　〃　　　$0 = 2p^2 - b^2$　$b>0$より　$\underline{b = \sqrt{2}p}$ //

(3) (2)より$\ell$と$C$の接点の$x$座標は$-\sqrt{2}p$,

$m$と$C$の　〃　　$\sqrt{2}p$




$$\therefore S = \int_{-\sqrt{2}p}^{0} (x-p)^2 + p^2 - 2(a-p)x - 2p^2 + a^2 \, dx$$

$$+ \int_{0}^{\sqrt{2}p} (x-p)^2 + p^2 - 2(b-p)x - 2p^2 + b^2 \, dx$$

$$= \int_{-\sqrt{2}p}^{0} (x-a)^2 \, dx + \int_{0}^{\sqrt{2}p} (x-b)^2 \, dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}(x-a)^3\right]_{-\sqrt{2}p}^{0} + \left[\frac{1}{3}(x-b)^3\right]_{0}^{\sqrt{2}p}$$

$$= -\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3$$

$$= \underline{\frac{4}{3}\sqrt{2}p^3}$$ //