



2010年理系第4問

4 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  が次の条件を満たすとする.

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = 2, b_2 = 6, b_{n+2} = 2b_{n+1} + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

さらに行列  $A$  を  $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  とする. このとき次が成り立つことを証明せよ.

(1)  $n$  が 2 以上の偶数のとき,  $A^n = 8^{\frac{n}{2}} \begin{pmatrix} a_{n+1} & a_n \\ a_n & a_{n-1} \end{pmatrix}$

(2)  $n$  が 3 以上の奇数のとき,  $A^n = 8^{\frac{n-1}{2}} \begin{pmatrix} b_{n+1} & b_n \\ b_n & b_{n-1} \end{pmatrix}$