

2015年工(機工, 原工, 都市工)・知識工第1問

 数理
石井K

1 次の問に答えよ。

- (1) 関数 $y = \frac{\sin x}{x}$ のグラフの $x = \pi$ における接線の方程式を求めよ。
 (2) xy 平面上の3点 $O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(2\cos 30^\circ, 2\sin 30^\circ)$ を頂点とする $\triangle OAB$ は $\angle OBA = 90^\circ$, $\angle AOB = 15^\circ$ を満たす。このとき a の値を求めよ。ただし, $a < \sqrt{3}$ とする。
 (3) 不等式 $|x+1| - 3|x-1| \geq 0$ を満たす実数 x の範囲を求めよ。

$$(1) y' = \frac{\cos x \cdot x - \sin x}{x^2}$$

$$\therefore \text{接線は } y = \frac{-\pi}{\pi^2}(x-\pi) + \frac{0}{\pi} \quad \therefore y = -\frac{x}{\pi} + 1$$

(2) $a < \sqrt{3}$ より。 $A(r\cos 45^\circ, r\sin 45^\circ)$ とおける。

$$OB \perp AB \text{ より } \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\frac{r}{\sqrt{2}} - 1}{\frac{r}{\sqrt{2}} - \sqrt{3}} = -1$$

$$\therefore \frac{r - \sqrt{2}}{r - \sqrt{6}} = -\sqrt{3}$$

$$r - \sqrt{2} = -\sqrt{3}r + 3\sqrt{2}$$

$$r = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} = \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a = r \cos 45^\circ = \underline{2\sqrt{3} - 2}$$

(3) (i) $x < -1$ のとき。

$$-x-1-3(1-x) \geq 0 \quad \therefore x \geq 2 \quad \therefore \text{不適}$$

(ii) $-1 \leq x < 1$ のとき。

$$x+1-3(1-x) \geq 0 \quad \therefore x \geq \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{1}{2} \leq x < 1$$

(iii) $x \geq 1$ のとき。

$$x+1-3(x-1) \geq 0 \quad \therefore x \leq 2 \quad \therefore 1 \leq x \leq 2$$

$$(i) \sim (iii) \text{ より } \underline{\frac{1}{2} \leq x \leq 2}$$

