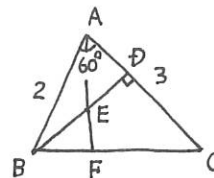


2015年文系第6問

 数理
石井K

6 三角形ABCにおいて、 $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = 60^\circ$ とする。辺AC上に点Dを $AC \perp BD$ となるようにとり、線分BDの中点をE、直線AEと辺BCの交点をFとする。 $\vec{AB} = \vec{a}$, $AC = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。



(1) \vec{AE} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(2) $BF : FC$ を求めよ。

(1) $\vec{AD} = k\vec{b}$ (k :実数)とおく

このとき、 $\vec{BD} = -\vec{a} + k\vec{b}$ となる。

$AC \perp BD$ より、 $\vec{BD} \cdot \vec{b} = 0$ であるから

$$\begin{aligned} \vec{BD} \cdot \vec{b} &= (-\vec{a} + k\vec{b}) \cdot \vec{b} \\ &= -\vec{a} \cdot \vec{b} + k|\vec{b}|^2 \\ &= -|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ + k|\vec{b}|^2 \\ &= 9k - 3 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \frac{1}{3} \quad \therefore \vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{b}$$

$$\therefore \vec{AE} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \underline{\underline{\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b}}}}$$

(2) 3点A, E, Fは同一直線上にあるので

$$\vec{AF} = l\vec{AE} \quad (l: \text{実数}) \text{と表せる}$$

$$\therefore \vec{AF} = \frac{1}{2}l\vec{a} + \frac{1}{6}l\vec{b}$$

$$F \text{ は辺 } BC \text{ 上の点より、} \frac{1}{2}l + \frac{1}{6}l = 1 \quad \therefore \frac{2}{3}l = 1 \quad \therefore l = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \vec{AF} = \frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} \quad \therefore \underline{\underline{BF : FC = 1 : 3}}$$