

2015年理（数理情報科・応用物理・応用化学）第2問

2 各自然数 n に対し, X_n, Y_n, V_n, W_n を

$$X_n + Y_n\sqrt{5} = (2 + \sqrt{5})^{2n-1}, \quad V_n - W_n\sqrt{5} = (2 - \sqrt{5})^{2n-1}$$

が成り立つような整数とする. 次の問いに答えよ. $\sqrt{5}$ が無理数であることを証明なしで使ってもよい.

- (1) X_2, Y_2, V_2, W_2 の値を求めよ.
- (2) X_{n+1}, Y_{n+1} をそれぞれ X_n と Y_n の式で表せ.
- (3) V_{n+1}, W_{n+1} をそれぞれ V_n と W_n の式で表せ.
- (4) $X_n^2 - 5Y_n^2$ を計算せよ.
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_n}{Y_n}$ を計算せよ.